PART3 鉛直面内の円運動

目標　鉛直面内の円運動で立てるべき式を確認しましょう。

Chapter1　鉛直面内の円運動

等速円運動と向心力

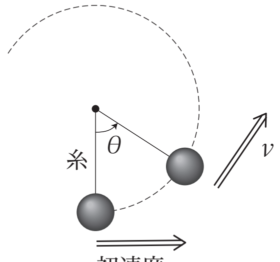
鉛直面内の円運動では，物体の高さによって速さが連続的に変化する。そこで，速さの変化は**力学的エネルギー保存の法則で考える。**

よって，鉛直面内の円運動の問題では

____

____

の，2 つだけを考える！



重要
ここでは**速さが変化する**場合の円運動について学びます。速さの変化は**力学的エネルギー保存則**で考えます。

重要
速さが変わる場合も，時刻ごとに**円運動の方程式は成立**すると考えてよい。

覚えておこう
鉛直面内の円運動の問題を解く際は，

①物体にかかる力を図示して円運動の方程式を

②高さがどう変わるかを図示して力学的エネルギー保存則の式を

それぞれ考えます。

覚えておこう
円運動をし続けられるかどうかの条件を求める問題も多いです。

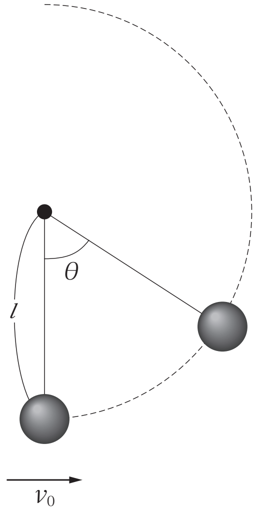
まとめ
鉛直面内の円運動では
円運動の方程式　力学的エネルギー保存則
のみ考える。

< Note >

Chapter2　演習問題

問 1　長さ l の軽い糸につるした質量 m の物体に，大きさ v_0 の初速度を与えて円運動をさせる。鉛直線から $\theta = 30°$ の位置を通過するときの，物体の速さと糸の張力を求めよ。 重力加速度の大きさを g とする。

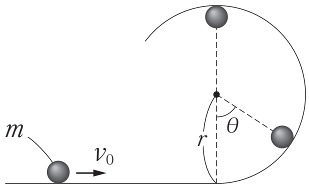
問 2　問 1 で最高点を通過する条件は，最高点 ($\theta = 180°$) で張力が存在することである。こうなるための v_0 の条件を求めよ。



< Note >

第 4 講　PART3　確認問題

問 1　図のように，水平面と滑らかにつながった半径 r の円筒面がある。水平面において，質量 m の小球に初速度 v_0 を右向きに与えた。小球の円筒面上での位置を図の角 θ で表す。



(1)　$\theta = 60°$ のときの小球の速さとして最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　v_0　　②　$\sqrt{v_0{}^2 - gr}$

③　$\sqrt{v_0{}^2 - 2gr}$　　④　$\sqrt{v_0{}^2 - (2 - \sqrt{3}\,)gr}$

(2)　$\theta = 60°$ のときの小球に働く垂直抗力の大きさとして最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$\dfrac{mv_0{}^2}{r}$　　②　$\dfrac{mv_0{}^2}{r} - \dfrac{1}{2}mg$

③　$\dfrac{mv_0{}^2}{r} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$　　④　$\dfrac{mv_0{}^2}{r} - mg$

(3)　円筒面の最高点を通過するための条件として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$v_0 \geqq \sqrt{2gr}$　　②　$v_0 \geqq \sqrt{3gr}$

③　$v_0 \geqq 2\sqrt{gr}$　　④　$v_0 \geqq \sqrt{5gr}$

＜ Note ＞

第 4 講　円運動

PART1　角速度

問 1　180°

$\frac{\pi}{3}$ [rad]

問 2　角速度　π [rad/s]

物体の速さ　3π [m/s]

PART2　等速円運動

問 1　$\sqrt{\frac{kx(l+x)}{m}}$

問 2　$2\pi\sqrt{\frac{m(l+x)}{kx}}$

PART3　鉛直面内の円運動

問 1　速さ　$\sqrt{{v_0}^2-(2-\sqrt{3})gl}$

糸の張力　$m\frac{{v_0}^2}{l}-\left(2-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)mg$

問 2　$v_0 \geqq \sqrt{5gl}$

PART4　慣性力

問 1　0.35N

西向き

問 2　0.10 倍

第 4 講　PART3　確認問題　解答

問 1

(1)　②

解説：

求める速さを v とすると，力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+mg(r-r\cos60°)$$

これを解いて $v=\sqrt{v_0^2-gr}$

(2)　②

解説：

垂直抗力の大きさを N とする。運動方程式より

$$m\frac{v^2}{r}=N-mg\cos60°$$

$v=\sqrt{v_0^2-gr}$ を代入して整理すると $N=\dfrac{mv_0^2}{r}-\dfrac{1}{2}mg$

(3)　④

解説：

最高点における速さを v'，垂直抗力を N' とする

力学的エネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv'^2+mg\cdot 2r$$

これを解いて $v'^2=v_0^2-4gr$ … ①

運動方程式は

$$m\frac{v'^2}{r}=N'+mg$$

$$N'=m\frac{v'^2}{r}-mg \text{ … ②}$$

①を②に代入すると $N'=\dfrac{m}{r}(v_0^2-5gr)$

最高点を通過する条件は $N\geqq 0$ を解いて $v_0\geqq\sqrt{5gr}$